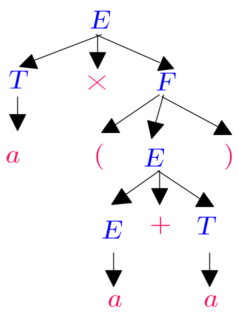
(예 6.1) $G_{\text{Exp}} = (\{E, T, F\}, \{a, +, \times, (,)\}, P, E)$에서

$$
\begin{array}{llllllll}
P: & E \rightarrow & E+T & \mid & T \times F & \mid a & \mid & (E) \\
 & T \rightarrow & & & T \times F & \mid a & \mid & (E) \\
 & F \rightarrow & & & & a & \mid & (E)
\end{array}
$$

$x = a\times(a+a) \in T^*$에 관한 문법 $G_{\text{Exp}} = (N, T, P, S)$의 왼쪽 우선(leftmost) 유도(derivation)과정을 살펴보면, 시작문자 $S=E$에서 시작하여 가장 왼쪽에(leftmost) 있는 넌 터미널 $E \in N$를 왼쪽으로 가지는 문법규칙 4개중에서 $E \rightarrow T\times F \in P$를 선택하여 문법규칙의 좌변 E가 규칙우변 $T\times F (T \in N, \times \in T, F \in N)$를 3개의 아들로 하여 구문나무(parse tree, syntactic tree(structure))를 만들어 나가는 모습이다.

$$
\begin{aligned}
E &\overset{E\rightarrow T\times F}{\Longrightarrow_{lm}} T\times F \overset{T\rightarrow a}{\Longrightarrow_{lm}} a\times F \overset{F\rightarrow (E)}{\Longrightarrow_{lm}} a\times(E) \overset{E\rightarrow E+T}{\Longrightarrow_{lm}} a\times(E+T) \\
&\overset{E\rightarrow a}{\Longrightarrow_{lm}} (a+a)\times T \overset{T\rightarrow a}{\Longrightarrow_{lm}} (a+a)\times a \in T^*.
\end{aligned}
$$

$$\pi_L = E\rightarrow T\times F \cdot T\rightarrow a \cdot F\rightarrow (E) \cdot E\rightarrow E+T \cdot E\rightarrow a \cdot T\rightarrow a \in P^*.$$



이때 왼쪽우선(leftmost) 유도에서 사용된 문법열 $\pi_L \in P^*$을 left parse(왼 분석 결과)라고 부르고, 왼 분석 결과가 하나 결정되면 구문나무도 하나로(unique) 결정[1)]된다.

$$
\begin{aligned}
\cdot E &\overset{E\rightarrow T\times F}{\Longrightarrow_{lm}} \cdot T\times F \overset{T\rightarrow a}{\Longrightarrow_{lm}} \cdot a\times F \overset{a}{\Longrightarrow_{lm}} a \cdot \times F \overset{\times}{\Longrightarrow_{lm}} a\times \cdot F \\
&\overset{F\rightarrow (E)}{\Longrightarrow_{lm}} a\times \cdot (E) \overset{(}{\Longrightarrow_{lm}} a\times(\cdot E) \overset{E\rightarrow E+T}{\Longrightarrow_{lm}} a\times(\cdot E+T) \\
&\overset{E\rightarrow a}{\Longrightarrow_{lm}} a\times(\cdot a+T) \overset{a}{\Longrightarrow_{lm}} a\times(a \cdot +T) \overset{+}{\Longrightarrow_{lm}} a\times(a+ \cdot T) \\
&\overset{T\rightarrow a}{\Longrightarrow_{lm}} a\times(a+ \cdot a) \overset{a}{\Longrightarrow_{lm}} a\times(a+a \cdot) \overset{)}{\Longrightarrow_{lm}} a\times(a+a) \cdot \in T^*.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\theta_L = {} & E\rightarrow T\times F \cdot T\rightarrow a \cdot \overset{a}{\Longrightarrow_{lm}} \cdot \overset{\times}{\Longrightarrow_{lm}} \cdot F\rightarrow (E) \cdot \overset{(}{\Longrightarrow_{lm}} \cdot E\rightarrow E+T \cdot E\rightarrow a \cdot \overset{a}{\Longrightarrow_{lm}} \\
& \cdot \overset{+}{\Longrightarrow_{lm}} \cdot T\rightarrow a \cdot \overset{a}{\Longrightarrow_{lm}} \cdot \overset{)}{\Longrightarrow_{lm}}
\end{aligned}
$$

왼쪽우선 유도의 일반적인 경우를 생각하면 $S \overset{\pi_L}{\Longrightarrow_{lm}} xA\gamma$ (단 $\pi_L \in P^*$, $x \in T^*$, $A \in N$, $\gamma \in (N \cup T)^*$)로 쓸 수 있고, 가장 왼쪽에 있는(leftmost) 넌 터미널 A가 문법규칙 $A \rightarrow \beta \in P$를 선택하여 터미널 문자열로 나아가는 과정을 식으로 표시하면 아래와 같다.

$$S \overset{\pi_L^1}{\Longrightarrow_{lm}} xA\gamma \overset{A\rightarrow\beta}{\Longrightarrow_{lm}} x\beta\gamma \overset{\pi_L^2}{\Longrightarrow_{lm}} xy\gamma \overset{\pi_L^3}{\Longrightarrow_{lm}} xyz, \tag{6.1}$$

단 $x, y, z \in T^*$, $A \rightarrow \beta \in P$, $\pi_L^1, \pi_L^2, \pi_L^3 \in P^*$, $\beta, \gamma \in (N \cup T)^*$,

1) 1-1 대응(짝짓기)

$$\beta \Rightarrow_{lm}^{\pi_L^2} y,\ \gamma \Rightarrow_{lm}^{\pi_L^3} z.$$

$S \Rightarrow_{lm}^{\pi_L^1 \cdot A\to\beta \cdot \pi_L^2 \cdot \pi_L^3} xyz$이므로

$\pi_L = \pi_L^1 \cdot A\to\beta \cdot \pi_L^2 \cdot \pi_L^3 \in P^*$는 문장 $xyz\in T^*$의 왼 분석결과(left parse)이다.

위에 식 (6.1)에서 터미널 문자열 x 왼쪽에 있는 문자 A를 넌 터미널(N)로 보았으나 이를 일반 문자($N\cup T$)로 확장하여 식을 쓰면

$$S \Rightarrow_{lm}^{\pi_L^1} xY\gamma \Rightarrow_{lm}^{Y\to\beta} x\beta\gamma \Rightarrow_{lm}^{\pi_L^2} xy\gamma \Rightarrow_{lm}^{\pi_L^3} xyz, \quad Y\in N\text{인 경우} \tag{6.2}$$

$$= xy\gamma \quad (= xy\gamma) \Rightarrow_{lm}^{\pi_L^3} xyz, \quad Y=y\in T\text{인 경우}$$

입력문자열과 스택을 구분하는 $\cdot$을 이용하여 왼쪽 우선 유도$\Rightarrow_{lm}$을 $\Rightarrow_{Lm}$으로 **확장하면**

$\Rightarrow_{Lm} = \Rightarrow_{lm}^{A\to\alpha}$ for $A\to\alpha \in P \cup \Rightarrow_{Lm}^{a}$ for $a \in T$.

$$\cdot S \Rightarrow_{lm}^{\pi_L^1} x \cdot Y\gamma \Rightarrow_{lm}^{Y\to\beta} x \cdot \beta\gamma \Rightarrow_{lm}^{\pi_L^2} xy \cdot \gamma \Rightarrow_{lm}^{\pi_L^3} xyz \cdot, \quad Y\in N\text{인 경우}$$

$$= x \cdot y\gamma \quad \Rightarrow_{Lm}^{y} \quad xy \cdot \gamma \Rightarrow_{lm}^{\pi_L^3} xyz \cdot, \quad Y=y\in T\text{인 경우}$$

(정의 6.1) 왼쪽우선 **생성** PDA $\Rightarrow_{Lm} = (T^* \times (N\cup T)^*,\ \Theta,\ (\epsilon,\ S),\ (x,\ \epsilon)$[2])이고

$\forall A\to\alpha \in P$: $(\epsilon,\ A) \to_{Lm}^{A\to\alpha} (\epsilon,\ \alpha) \in \Theta$ generate A as α for $A\to\alpha\in P$.

스택 top에 있는 $A\in N$이 문법규칙 $A\to\alpha$로 바뀔 것으로 예측(guess)하여

A를 pop하고 α를 push한다.

$\forall a \in T$: $(\epsilon,\ a) \to_{Lm}^{a} (a,\ \epsilon) \in \Theta$generate $a\in\Sigma$.

스택 top에 있는 $a\in T$를 생성문자열로 보낸다.

(예 6.2)

$$\cdot E \Rightarrow_{Lm}^{E\to T\times F} \cdot T\times F \Rightarrow_{Lm}^{T\to a} \cdot a\times F \Rightarrow_{Lm}^{a} a \cdot \times F \Rightarrow_{Lm}^{\times} a\times \cdot F$$
$$\Rightarrow_{Lm}^{F\to(E)} a\times \cdot (E) \Rightarrow_{Lm}^{(} a\times(\cdot E) \Rightarrow_{Lm}^{E\to E+T} a\times(\cdot E+T)$$
$$\Rightarrow_{Lm}^{E\to a} a\times(\cdot a+T) \Rightarrow_{Lm}^{a} a\times(a \cdot +T) \Rightarrow_{Lm}^{+} a\times(a+ \cdot T)$$
$$\Rightarrow_{Lm}^{T\to a} a\times(a+ \cdot a) \Rightarrow_{Lm}^{a} a\times(a+a \cdot) \Rightarrow_{Lm}^{)} a\times(a+a) \cdot$$

$y \cdot \alpha \in T^* \cdot V^*$를 $\cdot$왼쪽의 이미 생성한 입력터미널문자열과 $\cdot$오른쪽의 생성될 스택문자열의 순서쌍(ordered pair)로 표시하여 $(y,\ \alpha) \in T^*\times V^*$로 바꾼 확장된 왼쪽우선 생성 $\Rightarrow_{Lm}$의 과정,

$$(\epsilon,\ E) \Rightarrow_{Lm}^{E\to T\times F} (\epsilon,\ T\times F) \Rightarrow_{Lm}^{T\to a} (\epsilon,\ a\times F) \Rightarrow_{Lm}^{a} (a,\ \times F) \Rightarrow_{Lm}^{\times} (a\times,\ F)$$
$$\Rightarrow_{Lm}^{F\to(E)} (a\times,\ (E)) \Rightarrow_{Lm}^{(} (a\times(,\ E)) \Rightarrow_{Lm}^{E\to E+T} (a\times(,\ E+T))$$
$$\Rightarrow_{Lm}^{E\to a} (a\times(,\ a+T)) \Rightarrow_{Lm}^{a} (a\times(a,\ +T)) \Rightarrow_{Lm}^{+} (a\times(a+,\ T))$$
$$\Rightarrow_{Lm}^{T\to a} (a\times(a+,\ a)) \Rightarrow_{Lm}^{a} (a\times(a+a,\ )) \Rightarrow_{Lm}^{)} (a\times(a+a),\ \epsilon) = (x,\ \epsilon).$$

순서쌍 상황($T^*\times V^*$)의 첫 번째 원소를 생성한 문자열이 아닌 생성할 문자열로 바꾸어보면

2) $\{(x,\ \epsilon)\}$로 표기하여야하나, 끝나는 상황원소가 하나뿐이므로 집합기호를 빼고 $(\epsilon,\ \epsilon)$로 표기.

i) $Y \in N$인 경우 $(xyz,\ S) \Rightarrow_{LM}^{*} (yz,\ Y\gamma) \Rightarrow_{LM}^{Y\to\beta} (yz,\ \beta\gamma) \Rightarrow_{LM}^{*} (z,\ \gamma) \Rightarrow_{LM}^{*} (\epsilon,\ \epsilon)$

ii) $Y \in T$인 경우($Y=y$) $(xyz,\ S) \Rightarrow_{LM}^{*} (yz,\ Y\gamma) = (yz,\ y\gamma) \Rightarrow_{LM}^{Y=y} (z,\ \gamma) \Rightarrow_{LM}^{*} (\epsilon,\ \epsilon)$

$\Rightarrow_{Lm}$은 문장 $xyz \in T^*$를 만들어가는 과정이고, $\Rightarrow_{LM}$은 주어진 문장 $xyz \in T^*$를 확인하는 과정이다. $\Rightarrow_{Lm}$은 초기상황 $(\epsilon,\ S)$이서 최종상황 $(xyz,\ \epsilon)$으로 문장이 자라나고(generating). $\Rightarrow_{LM}$은 초기상황 $(xyz,\ S)$이서 최종상황 $(\epsilon,\ \epsilon)$으로 문장이 확인(verify)되어 간다.

(**정의 6.2**) **왼 파서**(Left parser) 왼쪽우선 **확인** PDA P_L은

$P_L = (T^* \times (N \cup T)^*,\ \Theta,\ (x,\ S),\ (\epsilon,\ \epsilon)$[3])이고

$\forall A\to\alpha \in P$: $(\epsilon,\ A) \to_{P_L}^{A\to\alpha} (\epsilon,\ \alpha) \in \Theta$ guess A as α for $A\to\alpha \in P$.

스택 top에 있는 $A \in N$이 문법규칙 $A\to\alpha$로 바뀔 것으로 예측(guess)하여 A를 pop하고 α를 push한다.

$\forall a \in T$: $(a,\ a) \to_{P_L}^{a} (\epsilon,\ \epsilon) \in \Theta$ verify $a \in \Sigma$.

스택 top에 있는 $a \in T$와 입력문자열에 왼쪽에 있는 $a \in T$가 같으면 확인(verify)되었으므로 스택과 입력에서 버린다.

(예 6.3) $x = a\times(a+a) \in L(\Rightarrow_{LM})$에 관한 왼쪽우선 **확인** PDA $\Rightarrow_{LM}$의 상황(Configuration) $T^* \times (N \cup T)^*$ 변화

$(a\times(a+a),\ E) \Rightarrow_{P_L}^{E\to T\times F} (a\times(a+a),\ T\times F) \Rightarrow_{P_L}^{T\to a} (a\times(a+a),\ a\times F)$

$\Rightarrow_{P_L}^{a} (\times(a+a),\ \times F) \Rightarrow_{P_L}^{\times} ((a+a),\ F) \Rightarrow_{P_L}^{F\to(E)} ((a+a),\ (E))$

$\Rightarrow_{P_L}^{(} (a+a),\ E)) \Rightarrow_{P_L}^{E\to E+T} (a+a),\ E+T\,)) \Rightarrow_{P_L}^{E\to a} (a+a),\ a+T))$

$\Rightarrow_{P_L}^{a} (+a),\ +T)) \Rightarrow_{P_L}^{+} (a),\ T)) \Rightarrow_{P_L}^{T\to a} (a),\ a)) \Rightarrow_{P_L}^{a} (),\ )) \Rightarrow_{P_L}^{)} (\epsilon,\ \epsilon)$.

$\Rightarrow_{Lm}$에서는 초기상황 (ϵ, S)에서 최종상황 (x,ϵ)으로 문장 x가 만들어지나($(\epsilon,a)\to_{P_L}{}^{a}(a,\epsilon)$) P_L에서는 초기상황 (x,S)에서 최종상황 (ϵ,ϵ)으로 문장 x가 없어짐에($(a,a)\to_{P_L}{}^{a}(\epsilon,\epsilon)$) 유의하자.

$\theta_L = E\to T\times F \cdot T\to a \cdot a \cdot \times \cdot F\to(E) \cdot (\cdot E\to E+T \cdot E\to a \cdot a \cdot + \cdot T\to a \cdot a \cdot)$.

$\tau(\theta_L) = \pi_L = E\to T\times F \cdot T\to a \cdot F\to(E) \cdot E\to E+T \cdot E\to a \cdot T\to a$.

$|\theta_L| = 13 = |\pi_L| + |x| = 6 + 7$.

(**정의 6.2**) τ: $\Theta^* (\Rightarrow_{Lm}^{T\to a} = (P \cup T)^*) \to P^*$.

$A\to\alpha \in P$: $\tau(A\to\alpha) = A\to\alpha$.

$a \in T$: $\tau(a) = \epsilon$.

τ는 왼 파서 P_L의 액션 $\theta \in \Theta^*$를 왼 분석(left parse)으로 바꾸어 주는 함수이다.

(증명하고 싶은 명제)

---

3) $\{(\epsilon,\ \epsilon)\}$로 표기하여야하나, 끝나는 상황원소가 하나뿐이므로 집합기호를 빼고 $(\epsilon,\ \epsilon)$로 표기한다.

$(x, S) \Rightarrow_{P_L}{}^{\theta} (\epsilon, \epsilon) \Leftrightarrow S \Rightarrow_{lm}{}^{\pi} x,\ \tau(\theta)=\pi \in P^*$이고 $|\theta| = |\pi| + |x|$이다.

$\pi \in P^*$를 문장 $x \in T^*$의 왼 분석결과(left parser; syntactic structure)라고 부른다. 렘마 6.1은 증명하고 싶은 사실 ⇔의 ⇒을 담당하고, 렘마 6.2가 ⇐을 담당한다. 렘마 6.1과 렘마 6.2의 명제가 증명하고 싶은 명제보다 더 일반적이 경우이며, 보통 이것이 증명을 조금 더 쉽게 하는 요령이다.

(렘마 6.1) 문법 $G = (N, T, P, S)$에 대한 왼 파서 $P_L = (T,\ N \cup T,\ P \cup T)$[4]에서

$(xy, \alpha) \Rightarrow_{P_L}{}^{\theta} (y, \beta)$이면 $\alpha \Rightarrow_{lm}{}^{\tau(\theta)} x\beta$이고 $|\theta| = |\tau(\theta)| + |x|$이다.

(증명) $\theta \in (P \cup T)^* = \Theta^*$이므로 $|\theta| \in \aleph$에 관한 수학적 귀납법.

i) $|\theta| = 0$인 경우 $\theta = \epsilon$. $\therefore$ $(xy, \alpha) = (y, \beta)$. $\therefore$ $x = \epsilon,\ \alpha = \beta$.

$(xy, \alpha)=(y, \alpha) \Rightarrow_{P_L}{}^{\epsilon} (=)(y, \alpha)=(y, \beta)$이면 $\alpha \Rightarrow_{lm}{}^{\tau(\epsilon)}(=\Rightarrow_{lm}{}^{\epsilon})(=)\ \alpha=x\beta$이다.

또한 $|\epsilon| = 0 = |\tau(\epsilon)| + |\epsilon|$.

ii) $|\theta| \geq 1$인 경우, $\theta \in \Theta^\dagger$ 즉 $\theta = (A \to \gamma) \cdot \theta'$ 또는 $a \cdot \theta'$(단 $\theta' \in \Theta^*$) 두 가지 경우.

ii.1) $\theta = (A \to \gamma) \cdot \theta'$인 경우 $\alpha = A\alpha'$이고 $A \in N,\ A \to \gamma \in P$.

$\therefore$ $(xy, \alpha) = (xy, A\alpha') \Rightarrow_{P_L}{}^{A\to\gamma} (xy, \gamma\alpha') \Rightarrow_{P_L}{}^{\theta'} (y, \beta)$이다.

귀납가정에 의하여 $\gamma\alpha' \Rightarrow_{lm}{}^{\tau(\theta')} x\beta$이고, $|\theta'| = |\tau(\theta')| + |x|$이다.

$\therefore$ $\alpha = A\alpha' \Rightarrow_{lm}{}^{A\to\gamma} \gamma\alpha' \Rightarrow_{lm}{}^{\tau(\theta')} x\beta$. 즉 $\alpha \Rightarrow_{lm}{}^{\tau(A\to\gamma \cdot \theta')} x\beta$.

$\theta = (A \to \gamma) \cdot \theta'$이므로 $|\theta| = 1 + |\theta'| = 1 + |\tau(\theta')| + |x| = |\tau(\theta)| + |x|$.

ii.2) $\theta = a \cdot \theta'$인 경우 $\alpha = a\alpha'$이고 $a \in T,\ x = ax'$.

$\therefore$ $(xy, \alpha)=(ax'y, a\alpha') \Rightarrow_{P_L}{}^{a} (x'y, \alpha') \Rightarrow_{P_L}{}^{\theta'} (y, \beta)$이고, $\tau(\theta) = \tau(\theta')$이다.

귀납가정에 의하여 $\alpha' \Rightarrow_{lm}{}^{\tau(\theta')} x'\beta$이고, $|\theta'| = |\tau(\theta')| + |x'|$이다.

$\therefore$ $\alpha = a\alpha' \Rightarrow_{lm}{}^{\tau(\theta')} \beta$이고,

$\therefore$ $\theta = a \cdot \theta'$이므로 $|\theta| = 1 + |\theta'| = |\tau(\theta')| + |x'| + 1 = |\tau(\theta)| + |x|$.

(렘마 6.1 증명 끝)

(사실 6.1) $G = (N, T, P, S)$와 $x \in \Sigma^*$에 관한 왼 파서 $P_L = (T,\ N \cup T,\ P \cup T)$에서

$(x, S) \Rightarrow_{P_L}{}^{\theta} (\epsilon, \epsilon)$이면 $S \Rightarrow_{lm}{}^{\tau(\theta)} x$이고 $|\theta| = |\tau(\theta)| + |x|$이다.

(증명) 렘마 6.1에서 $\alpha = S,\ y = \epsilon,\ \beta = \epsilon$인 경우.

(정리 6.1) $G=(N, T, P, S)$와 $x \in \Sigma^*$에 관한 왼 파서 $P_L=(T,\ V,\ \Theta,\ (x, S),\ (\epsilon, \epsilon)$[5]$)$에서

(1) $L(P_L) \subseteq L(G)$.

(2) $\forall \theta \in \Theta^*$ in P_L: $\tau(\theta) \in P^*$는 $x \in T^*$의 left parse.

(3) $Time_G(x) \leq Time_{P_L}(x) - |x|$.

4) 처음상황 $\iota=(x,\ S)$과 끝나는 상황 $\phi=(\epsilon,\ \epsilon)$이 필요 없으므로 표기하지 않는다.
5) 처음상황 $\iota=(x,\ S)$과 끝나는 상황 $\phi=(\epsilon,\ \epsilon)$이 필요하므로 다시 넣었다.

(렘마 6.2) 문법 $G = (N, T, P, S)$에서 $\alpha \Rightarrow_{lm}^{\pi} x\beta$이고 $\beta = \epsilon$ 또는 $1:\beta \in N$[6] 이면

왼 파서 $P_L = (T,\ N \cup T,\ P \cup T)$에서 $(xy, \alpha) \Rightarrow_{P_L}^{\theta} (y, \beta)$이고,

$\pi = \tau(\theta)$, $|\theta| = |\pi| + |x|$이다.

(증명) $\pi \in P^*$ $|\pi| \in X$에 관한 수학적 귀납법.

i) $|\pi| = 0$인 경우 $\pi = \epsilon$. $\therefore$ $\alpha \Rightarrow_{lm}^{\epsilon} x\beta$ $\therefore$ $\alpha = x\beta$. $\therefore$ $x = \epsilon$, $\alpha = \beta$.

$\therefore$ $(xy, \alpha) = (y, \alpha)$ $\Rightarrow_{P_L}^{\epsilon} (=)$ $(y, \alpha) = (y, \beta)$이고 $\theta = \epsilon$, $\pi = \epsilon$, $x = \epsilon$.

ii) $|\pi| \geqq 1$인 경우, $\pi \in P^{\dagger}$ 즉 $\pi = \pi' \cdot A \to \gamma$, $\pi' \in P^*$, $^{\exists}\theta' \in \Theta^*$, $\tau(\theta') = \pi'$.

$\alpha \Rightarrow_{lm}^{\pi'} x'\beta' = x'A\beta'' \Rightarrow_{lm}^{A\to\gamma} x'\gamma\beta'' = x'x''\gamma'\beta'' = x\beta$. $\beta = \epsilon$ 또는 $1:\beta \in N$.

귀납가정에 의하여 $(xy, \alpha) = (x'x''y, \alpha) \Rightarrow_{P_L}^{\theta'} (x''y, \beta')$

$= (x''y, A\beta'') \Rightarrow_{P_L}^{A\to\gamma} (x''y, \gamma\beta'') = (x''y, x''\gamma'\beta'') \Rightarrow_{P_L}^{|x''|} (y, \gamma'\beta'') = (y, \beta)$.

$\theta = \theta' \cdot A \to \gamma \cdot x''$.

$\tau(\theta) = \tau(\theta') \cdot A \to \gamma = \pi' \cdot A \to \gamma = \pi$.

귀납가정에 의하여 $\pi' = \tau(\theta')$, $|\theta'| = |\pi'| + |x'|$.

$\therefore$ $|\theta| = |\theta'| + 1 + |x''| = |\pi'| + |x'| + 1 + |x''| = |\pi'| + 1 + |x'| + |x''| = |\pi| + |x|$.

(렘마 6.2 증명 끝)

(사실 6.2) $G = (N, T, P, S)$에서 $S \Rightarrow_{lm}^{\pi} x$이면

$x \in \Sigma^*$에 관한 왼 파서 $P_L = (T,\ V,\ \Theta,\ (x, S),\ \{(\epsilon, \epsilon)\})$에서

$(x, S) \Rightarrow_{P_L}^{\theta} (\epsilon, \epsilon)$이고 $\pi = \tau(\theta)$이고 $|\pi| = |\theta| - |x|$이다.

(증명) 렘마 6.1에서 $\alpha = S$, $y = \epsilon$, $\beta = \epsilon$인 경우.

(정리 6.2) $G = (N, T, P, S)$와 $x \in \Sigma^*$에 관한 왼 파서 $P_L = (T,\ V,\ \Theta)$에서

(1) $L(P_L) \subseteq L(G)$.

(2) $\forall\theta \in \Theta^*$ in P_L: $\tau(\theta) \in P^*$는 $x \in T^*$의 left parse.

(3) $Time_G(x) \leqq Time_{P_L}(x) - |x|$.

(정리 6.3) $G = (N, T, P, S)$와 $x \in \Sigma^*$에 관한 왼 파서 $P_L = (T,\ V,\ \Theta,\ (x, S),\ \{(\epsilon, \epsilon)\})$는

(1) $L(G) = L(P_L)$.

(2) $\forall x \in L(G)$: P_L이 만드는 $\forall\theta \in \Theta^*$: $\tau(\theta) = \pi$이고 π는 x의 left parse.

(3) $Time_{P_L}(x) = Time_G(x) + |x|$.

6) 렘마 6,1의 결론에 $\beta = \epsilon$ 또는 $1:\beta \in N$조건이 추가되어 렘마 6,2의 가정이 됨에 유의하라.