CS204 HW#4 (제출: 11/14 오후 1시까지) 담당 조교: 박정국 (pjknkda@kaist.ac.kr)

1. $\{p_n\}$, $\{q_n\}$, $\{r_n\}$에 대한 재귀적 관계가 다음과 같을 때 각각의 일반항을 구하여라.

$p_n = 3p_{n-1} + q_{n-1} - r_{n-1}$

$q_n = p_{n-1} + 3q_{n-1} - r_{n-1}$

$r_n = -p_{n-1} - q_{n-1} + 5r_{n-1}$ for $n \geqq 1$, $p_0 = 0$, $q_0 = 2$, $r_0 = 4$

(힌트: $p_n = -x_n + y_n - z_n$, $q_n = x_n + y_n - z_n$, $r_n = y_n + 2z_n$으로 치환해보자.) (6점)

[도전 문제] 1번에서 힌트로 제시된 관계식을 직접 유도해보시오. (1점)

2. 다음의 재귀적 관계에 대해 일반항을 구하시오.

(1) $s_n = s_{n-1} + 4n$ for $n \geqq 1$, $s_0 = 0$ (4점)

(2) $s_n = s_{n-1} + n \times n!$ for $n \geqq 1$, $s_0 = 0$ (3점)

(3) $s_n = 5s_{n-1} - 6s_{n-2} + 2n - 21$ for $n \geqq 2$, $s_0 = -4$, $s_1 = 2$ (5점)

3. 다음을 증명하시오.

「임의의 선형 비동차 재귀 관계식 (linear nonhomogeneous recurrence relation)

$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \ldots + c_k a_{n-k} + F(n)$ ----- (a)

과 그에 대응하는 동반 동차 재귀 관계식 (associated homogeneous recurrence relation)

$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \ldots + c_k a_{n-k}$ ----- (b)

가 있다고 하자. 만약 $a_n^{(h)}$가 (b)를 만족한다면, (a)의 특수해 $a_n^{(p)}$에 대해 (a)의 일반해는 $a_n = a_n^{(h)} + a_n^{(p)}$의 형태이며, 그 역도 성립한다.」(6점)