

Homework #8

1. 8단원 ppt자료 [Thm. 4]를 증명하시오. (http://adamant.kaist.ac.kr/cs204/TP/08Recur_v4.pdf p.8)
2. 모든 edge의 length가 1이고, connected simple graph인 G 가 있다. 제일 긴 2개의 path는 항상 common vertex를 갖음을 보여라.

Solution)

1.

(해의 유일성) : 2점

귀납법 base case : 1점

N+1인 경우 n일 때 해서 보이는 과정 : 7점

2.

만약 공통vertex가 없다면, (귀류법)

각각의 path를 I_1, I_2 라고 하자. Connected graph이기 때문에 I_1, I_2 사이에는 반드시 어떤 길이 1이상인 path I 이 있어야한다. 그럼 I 에 의해 나누어진 I_1, I_2 의 path를 각각 $I_{11}, I_{12}, I_{21}, I_{22}$ 라고 하면, I_{11}, I_{12} 중 하나는 $(I_1 \text{ path의 길이})/2$ 보다 크고, I_{21}, I_{22} 중 하나의 길이는 $(I_2 \text{ path의 길이})/2$ 보다 크다. WLOG 그 path를 I_{11}, I_{21} 이라고 하면 우리는 path $I_{11} - I - I_{21}$ 을 생각 할 수 있다. 이 path의 길이의 최소값은 $(I_1 \text{ path의 길이})/2 + (I_2 \text{ path의 길이})/2 + 1$ 로 I_1 이나 I_2 의 path의 길이 중 하나보다는 무조건 크다. 따라서 가장 긴 두개의 path가 I_1, I_2 라는 가정에 모순
따라서 무조건 공통 vertex가 있어야 한다.

논리적으로 맞는 풀이 : 10점

맞은 부분마다 +1점

틀린 부분마다 -1점