

HW#2 - Solution

1.

(1) singleton을 비교해서 증명할 수 있다.

(2) A 가 B와 같지 않다고 가정하면, WLOG, A에는 속하면서 B에는 속하지 않는 원소 x 를 적어도 하나 찾을 수 있다. 그러면 $\{x\}$ 는 $P(A)$ 는 속하면서 $P(B)$ 에는 속하지 않는다. (대우명제 증명)

2.

(a) $Z, \{-1,0,1\}$

(b) $Z-\{0\}, \emptyset$

(c) $R, [-1,1]$

(d) $[1,\infty), \emptyset$

3.

(a) x, y 를 A의 서로 다른 두원소라고 하면, $g(x)$ 와 $g(y)$ 도 다른 값을 가진다. f 또한 one-to-one 이므로 $f(g(x))$ 와 $f(g(y))$ 도 서로 다른 값(C에 포함되는)을 가지게 된다.

(b) y 를 C의 원소라고 하면, f 가 onto 이므로, $y=f(b)$ 를 만족하는 임의의 $b(B$ 에 속하는)가 존재하게 된다. 같은 원리로 g 또한 onto 이므로, $b=g(x)$ for 임의의 x (x 는 A의 원소)가 된다. 따라서 $y=f(b) = f(g(x))$ 를 만족하는 $x(A$ 의 원소) 가 존재하므로 onto.

4. (for fixed value $m+n$) $m+n = x$ 에 대해 식이 가지는 값의 범위는 $(x-2)(x-1)/2 + 1$ 부터 $(x-2)(x-1)/2 + (x-1)$ 까지다. (m 은 1부터 $x-1$ 까지의 값을 가질 수 있으므로) x 가 fixed 되면 앞쪽의 $(x-2)(x-1)$ 은 고정된 값이 된다. 즉, $m+n = x+1$ 일 때의 range가 $m+n=x$ 일 때의 바로 위부터 시작하면 된다. ($\Rightarrow f(x-1,1)+1 = f(1,x)$)