

Homework #2

Due date: 2016.03.30.Wed

1. 두 집합 A와 B의 멱집합(power set)이 같을 때, 두 집합 A와 B가 같다고 할 수 있는가? T(true) 또는 F(false)로 나타내고, 그 이유를 설명하시오(Justify your answer).

2. 집합 A_i 가 다음과 같을 때, $\cup_{i \in \mathbb{N}} A_i$ 와 $\cap_{i \in \mathbb{N}} A_i$ 를 구하시오. (다음의 표현들을 사용해도 됩니다. \mathbb{N} : 모든 자연수 집합, \mathbb{Z} : 모든 정수 집합, \mathbb{R} : 모든 실수 집합)

(a) $A_i = \{-i, -i+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, i-1, i\}$ ($-i \leq x \leq i$ 를 만족하는 모든 정수 x 의 집합)

(b) $A_i = \{-i, i\}$ (정수 i 와 $-i$)

(c) $A_i = [-i, i]$ ($-i \leq x \leq i$ 를 만족하는 모든 실수 x 의 집합)

(d) $A_i = [i, \infty)$ ($x \geq i$ 를 만족하는 모든 실수 x 의 집합)

3. g 가 A에서 B로의 함수이고, f 가 B에서 C로의 함수일 때 다음의 질문에 답하시오.

(a) 함수 f 와 g 가 단사(one-to-one)함수일 때, $f \circ g$ 또한 단사함수임을 보여라.

(b) 함수 f 와 g 가 전사(onto)함수일 때, $f \circ g$ 또한 전사함수임을 보여라.

4. 다항함수 $f: \mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ ($f(m,n) = (m+n-2)(m+n-1)/2 + m$) 가 전단사 함수(one-to-one and onto)임을 증명하여, $\mathbb{Z}^+ \times \mathbb{Z}^+$ 가 Countable 함을 보여라.